

Misure di incertezza

Andrea Bonarini
Politecnico di Milano



Dipartimento di Elettronica e Informazione
Artificial Intelligence and Robotics Lab
Via Ponzo 34/5 - 20133 Milano

Tel. (02) 2399 3525

Misure dell'incertezza

Distinguiamo tra il tipo di valori e il loro significato

- **Tipo di valori:**
numeri, etichette linguistiche, numeri fuzzy, ...
- **Significato:**
probabilità, possibilità, giudizi soggettivi, ...

Fuzzy
Introduzione 2
© A. Bonarini

Elementi comuni alle misure di incertezza

Combinazione di valori di incertezza: 5 operatori

- **Negazione:** not A
- **Congiunzione:** A and B
- **Disgiunzione:** A or B
- **Aggregazione:** come aggregare evidenza proveniente da diverse fonti.
- **Detachment:** come aggregare evidenza sull'antecedente di un'inferenza con evidenza sull'inferenza stessa.

Fuzzy
Introduzione 3
© A. Bonarini

L'approccio bayesiano

Numeri per rappresentare probabilità

Dato un insieme esaustivo di ipotesi mutuamente esclusive

$$H = \{h_1, \dots, h_n\}$$

e dell'evidenza e , la probabilità a posteriori che un'ipotesi sia vera è data da:

$$P(h_i/e) = \frac{P(e/h_i) P(h_i)}{P(h_i)}$$

Fuzzy
Introduzione 4
© A. Bonarini

Esempio Bayes

Abbiamo due ipotesi alternative $H = \{h_1, h_2\}$

h_1 = lampadina guasta

h_2 = lampadina funzionante

Evidenza \rightarrow e = lampadina spenta

La probabilità che la lampadina sia guasta se la vedo spenta è data dalla probabilità che sia spenta quando è guasta (= 1) per la probabilità che sia guasta diviso la probabilità che sia spenta.

$$P(h_1/e) = \frac{P(e/h_1) P(h_1)}{P(h_1)}$$

Fuzzy
Introduzione 5
© A. Bonarini

Problemi con l'approccio bayesiano

- Calcolo o definizione delle probabilità condizionate.
- La somma delle probabilità a posteriori deve dare 1.
- Difficoltà nella rappresentazione dell'ignoranza

Fuzzy
Introduzione 6
© A. Bonarini

Quando usare Bayes?

- Quando l'applicazione richiede l'uso di probabilità.
- Quando le probabilità necessarie sono note o stimabili con esperimenti.
- Quando sono note tutte le possibili ipotesi alternative.
- Quando è possibile fare assunzioni sulle relazioni tra proposizioni.

Reti bayesiane

Reti di proposizioni legate da relazioni causali.

Usate per decision support.

Problemi ridotti dalla presenza della rete:
assunzioni di indipendenza
controllo automatico della somma a 1

Mycin: un esempio di valutazioni soggettive

Numeri per rappresentare valutazioni soggettive

Ad ogni proposizione sono associati MB (Measure of increased Belief) e MD (Measure of increased Disbelief) definiti come:

$$MB = \frac{P(h/e) - P(h)}{1 - P(h)} \quad MD = \frac{P(h) - P(h/e)}{P(h)}$$

MB e MD sono indipendenti e non sono probabilità

Viene definito un CF (CertaintyFactor) come:
CF = MB - MD

Caratteristiche delle misure di Mycin

Range dei valori:

$$0 \leq MB \leq 1 \quad 0 \leq MD \leq 1 \quad -1 \leq CF \leq 1$$

Se h è certamente vero

$$MB = 1 \quad MD = 0 \quad CF = 1$$

Se h è certamente falso

$$MB = 0 \quad MD = 1 \quad CF = -1$$

Mancanza di evidenza

MB = 0 se h non è confermato da e

MD = 0 se h non è disconfermato da e

CF = 0 se e non conferma né disconferma h

Ipotesi per l'acquisizione dei numeri

I numeri non sono probabilità in senso statistico, ma probabilità soggettive: chi li fornisce fa una statistica basata sull'esperienza personale.

Problemi con l'approccio alla Mycin

- Difficoltà ad uniformare diverse fonti (significato del numero)
- Impropria sensazione di precisione
- Bias su certe combinazioni di valori
- In principio, le regole sono indipendenti, ma non dovrebbero

Etichette linguistiche

Simboli per rappresentare valutazioni soggettive

Etichette linguistiche: set ordinato di simboli

Es.: Certo, Quasi certo, Abbastanza certo, ...

Esempio.

Sono quasi certo che il paziente corra il rischio d'infarto.

Problema: quante etichette? (The magic number 7)

Quando usare etichette linguistiche?

Quando si vogliono rappresentare valutazioni soggettive a favore di fatti.